

L'importance de l'égalité du taux de profit moyen dans la solution du problème de la transformation: une nouvelle approche d'équilibre général

Résumé

Le but de cet article est de démontrer que, même si la solution de Marx au problème de la transformation peut être modifiée, ses conclusions restent valables. La nouvelle solution qui est proposée est fondée sur la contrainte d'un taux de profit moyen commun aux deux espaces de valeur et un taux de salaire nominal qui est déterminé simultanément avec les prix. L'originalité consiste à affirmer que le taux de profit moyen est déterminé logiquement avant les prix par les quantités physiques et le taux d'exploitation. Notre solution est une alternative à celle de Marx, car elle transforme tous les coûts et maintient les deux contraintes macro et un taux général de profit commun aux deux espaces de valeur.

Classification JEL: D-4, D-5, J-3, L-1, P-1

The importance of the equality of the average profit rate in the solution to the transformation problem: a new general equilibrium approach

Abstract

The aim of this paper is to demonstrate that, even if Marx's solution to the transformation problem can be modified, his basic conclusions remain valid. The proposed alternative solution which is presented here is based on the constraint of a common general profit rate in both spaces and a money wage level which is determined simultaneously with prices. The originality here is to state that the average profit rate is logically determined prior to prices from physical quantities and the exploitation rate. This solution is an alternative to Marx's solution because it fully transforms the cost of production and maintains the two macro constraints and a general profit rate between the monetary and the labor value spaces.

JEL classification: D-4, D-5, J-3, L-1, P-1.

Jean-Guy Loranger
Département de Sciences économiques
Université de Montréal

Tel. (514) 343-5961
Fax (514) 343-7221

Introduction¹

Le débat autour du problème de la transformation valeur /prix qui a tant passionné les marxistes et les néo-ricardiens est un débat plus que centenaire et n'intéresse plus les économistes néo-classiques fervents de l'équilibre général, notamment depuis que Samuelson (1971) a souligné l'indépendance entre les deux systèmes de valeur. Celle-ci est d'ailleurs une solution typiquement néo-ricardienne dont le premier ancêtre est Bortkiewicz (1907), reprise par Seton (1957), Morishima (1973) et dont l'expression la plus achevée fut réalisée par Steedman (1977). De plus, les " nouvelles " solutions qui ont été proposées par Okishio (1972), Shaikh (1977) ou Duménil-Lipietz-Foley (1982), n'apportent aucune réponse valable à cette objection. Seule la solution fondée sur un processus de Markov de Morishima-Catephores (1978) présente une certaine originalité par rapport à la nôtre car elle repose sur une détermination a priori du taux de profit moyen à partir d'un vecteur de quantités et des coefficients techniques. Certains économistes radicaux continuent cependant à s'intéresser au débat tantôt en recherchant une solution monétaire dans un cadre statique (Wolff-Roberts-Callari, 1982), tantôt en proposant une approche dynamique Naples (1989), Freeman (1995), Freeman et Carchedi (1995). Comme le souligne habilement Gill (1996), il y a peut-être plus ici que la recherche d'une solution à une simple question technique, car depuis la critique de Bohm-Bawerk (1889) et la première solution algébrique de Bortkiewicz (1907), l'orthodoxie économique a cherché à démontrer que l'approche marxiste n'est pas valable puisque la théorie de la valeur travail de Marx n'aurait aucun lien avec les prix déterminés dans l'espace monétaire.²

Commentaire :

Commentaire :

¹ Cet article est une révision majeure d'un premier essai sur une nouvelle solution au problème de la transformation paru dans le cahier de recherche no 9625 du département de sciences économiques sous le titre « The transformation problem: an alternative solution with an identical aggregate profit rate in the labor value space and the monetary space ». La solution présentée ici est plus formelle et plus générale.

² Pour une revue de la littérature, on consultera en particulier Dostaler (1978), Beaud et Dostaler (1993), Eatwell, Milgate et Newman (1987-90), Gill (1996), Laibman (1973), Mandel et Freeman (1984), Samuelson (1971), Steedman (1977,1981), Sweezy (1949). Les auteurs qui ont proposé de nouvelles solutions sont Duménil (1980, 1983), Freeman et Carchedi (1995), Foley (1982, 1986), Lipietz (1982, 1983), Moseley (1993), Morishima et Seton (1961), Morishima (1973), Morishima-Catephores (1978), Naples (1989), Okishio (1963,1972), Seton (1957), Shaikh (1977), Sraffa (1960), Wolff, Roberts et Callari (1982).

La solution de Marx au problème de la transformation³ est fondée sur l'hypothèse de la non transformation des coûts de production (coûts constants et variables). C'est une hypothèse simplificatrice qui lui permet de se concentrer sur la distribution par secteur de la plus value et du taux de profit dans l'espace de valeur et dans l'espace monétaire. Sa principale préoccupation était de montrer que, bien que le taux de profit peut être différent d'un secteur à l'autre dans l'espace des valeurs, le profit monétaire doit être le même pour tous les secteurs dans un monde concurrentiel. Ce sont les différences dans la composition organique du capital dues au développement inégal des industries qui engendrent les variations du taux de profit d'un secteur à l'autre dans l'espace de valeur.⁴ Marx était très conscient que la non transformation des coûts de production constituait une hypothèse simplificatrice et ne pensait pas que la modification de cette hypothèse changerait substantiellement ses conclusions.⁵ Ces dernières se présentent sous le double volet suivant: au plan micro, les prix différent des valeurs- et c'est ce qui fonde la pertinence d'une théorie de la valeur travail- mais au plan macro, le principe de la conservation de la valeur nécessite la satisfaction de deux contraintes macro. La première contrainte est que la somme des valeurs doit être égale à la somme des prix, c'est-à-dire la valeur brute agrégée de production doit être la même dans l'espace monétaire et dans l'espace de valeur. La deuxième contrainte est que la somme des profits doit être égale à la somme des plus values.

Puisque le problème de la transformation est une analyse statique équivalente à une approche d'équilibre général calculable,⁶ on doit conserver le même montant de valeur

³Voir en particulier Marx (1967) Livre III, sections 1 et 2.

⁴C'est aussi parce que certains secteurs ne produisent aucune plus value, notamment dans la sphère de circulation, tel que le secteur financier. Pour les néo-ricardiens, cette remarque n'a pas de sens, car ils supposent que le taux de profit moyen est déterminé dans l'espace monétaire uniquement à partir des secteurs productifs de base, ce qui exclut le secteur monétaire ou financier dont la monnaie marchandise est considérée comme un bien de luxe.

⁵Marx (1967), dans le Livre III, chapitre IX, p. 181, dit: « Puisqu'il est possible que le prix de production s'écarte de la valeur de la marchandise, son coût de production renfermant le prix de production d'une autre marchandise peut lui aussi se trouver au-dessus ou au-dessous de cette fraction de sa valeur globale que constitue la valeur des moyens de production consommés. Il faut se rappeler cette signification altérée du coût de production et penser qu'une erreur est toujours possible quand, dans une sphère de production particulière, on pose le coût de production de la marchandise comme égal à la valeur des moyens de production consommés au cours de sa production. Pour l'étude en cours, il est inutile d'examiner ce point de plus près. »

⁶L'approche dynamique mise de l'avant par M. Naples (1989), A. Freeman et G. Carchedi (1995) et d'autres auteurs est une voie intéressante qui mérite d'être développée. Mais je considère que Marx a posé

dans les deux espaces lorsqu'on choisit une forme équivalent général pour mesurer les prix. Il y a plus d'une façon de choisir cet étalon de valeur:

i) Choisir un niveau de dépenses communes aux deux espaces et une contrainte macro. C'est la solution de Marx avec l'hypothèse de la non transformation des coûts, mais qui est aussi la solution de l'égalité des coûts.

ii) Choisir un niveau de salaire commun aux deux espaces et une contrainte macro. C'est la solution de Duménil-Foley-Lipietz (1980, 1982, 1982), que nous nommerons la solution DFL, du salaire monétaire déterminé d'une manière exogène et fixé au salaire nominal dans l'espace des valeurs.

iii) Choisir un niveau de salaire réel fondé sur un panier de subsistance et commun aux deux espaces et une contrainte macro. C'est la solution neo-ricardienne du salaire monétaire déterminé simultanément avec les prix, sous la contrainte de l'égalité du salaire réel dans les deux espaces. Les principales formalisations remontent à Seton (1957), Sraffa (1960), Morishima-Seton (1961), Okishio (1972), Morishima (1973), Steedman (1977), Shaikh (1977), Morishima-Catephores (1978),

Seule la solution de Marx conserve le même taux de profit général entre les deux espaces et satisfait aux deux contraintes macro, bien qu'une seule contrainte soit effective. Les deux autres solutions engendrent un profit monétaire qui n'est plus égal au taux de profit général dans l'espace abstrait des valeurs. Pire encore, les deux autres solutions ne peuvent satisfaire les deux contraintes macro si chères à Marx et à d'autres spécialistes de la question.⁷ Ceci implique que, même si on maintient la contrainte macro de la conservation de la valeur, dont le rôle est de définir l'équivalent monétaire d'une heure de travail abstrait, on peut augmenter ou diminuer la plus value monétaire par la transformation, une situation plutôt gênante puisque le coeur de la

le problème dans le cadre d'une approche d'équilibre statique et qu'une réponse adéquate doit être proposée dans ce cadre.

⁷Il faut faire exception ici pour Seton (1957) qui a établi des conditions très restrictives pour satisfaire aux deux contraintes macro, notamment l'hypothèse d'un modèle de reproduction simple où le rapport valeur/prix est normalisé et égal à l'unité. Morishima-Catephores (1978) ont emprunté une approche en apparence moins restrictive en formulant un modèle markovien qui permet la satisfaction des deux contraintes macro.

théorie de l'exploitation de la force de travail a pour but d'expliquer comment la plus value monétaire est créée dans l'espace des valeurs. La critique dévastatrice de Samuelson (1971) et de Steedman (1977) de la théorie de la valeur travail resterait encore valable puisqu'ils affirment la non existence de lien logique entre les deux espaces: les valeurs monétaires demeureraient indépendantes des valeurs travail abstrait et, en conséquence, il n' y aurait aucun intérêt à avoir deux théories de la valeur pour expliquer ce qui se passe dans l'espace des réels.

Fondements théoriques de la nouvelle approche

Le but de cet article est de démontrer que, même si la solution de Marx peut être modifiée, ses conclusions demeurent valables. On démontrera en particulier les trois points suivants:

i) La solution de Marx nécessite la spécification d'une contrainte macro même si ses résultats satisfont aux deux égalités macro et à un taux de profit général commun. C'est un résultat déjà très connu dans la littérature, mais qui a besoin d'être réaffirmé puisqu'il s'agit d'un point très crucial, comme l'a souligné très clairement Moseley (1993).

ii) La solution de Duménil-Foley-Lipietz (ou solution DFL) nécessite une contrainte macro et satisfait les deux égalités macro si on choisit la valeur ajoutée, bien que le taux de profit général soit différent entre les deux espaces. Ce résultat ne tient plus si on choisit la valeur brute comme contrainte macro.

iii) La solution néo-ricardienne nécessite une contrainte macro mais ne peut satisfaire à l'égalité des deux contraintes macro, c'est-à-dire à l'égalité du taux de profit moyen entre les deux espaces. Un résultat similaire est aussi observé pour les solutions de type itératif de Shaikh (1977). Une exception importante cependant existe avec ce dernier type de solution: le processus itératif markovien de Morishima-Catephores (1978) permet la satisfaction des deux contraintes macro et un seul taux de profit moyen! C'est un résultat qui n'a pas été assez souligné dans toute la littérature sur la transformation.

iii) La nouvelle solution alternative présentée dans cet article se base sur une contrainte macro et la contrainte d'un taux de profit général commun aux deux espaces. Le niveau de salaire monétaire est déterminé simultanément avec les prix et produit des résultats qui satisfont aux deux contraintes macro. Le principal changement ici est le rejet de l'égalité du salaire nominal (solution DFL) ou de subsistance (solution néo-ricardienne) entre les deux espaces.

La justification de ce choix d'hypothèse se fonde sur un retour à la problématique de Marx plutôt qu'à la problématique néo-ricardienne du problème de la transformation. Le principal argument de Steedman (1977) pour rejeter la théorie de la valeur de Marx est que toutes les grandeurs ("magnitudes") de la théorie de la valeur travail peuvent être dérivées des conditions physiques de production et du salaire réel défini par un panier de biens de subsistance. Alors, à quoi bon emprunter ce détour si on peut déduire directement le taux de profit moyen et les prix à partir des grandeurs physiques?⁸ La problématique néo-ricardienne conduit à l'indépendance entre les deux espaces de valeur et, à la limite, au rejet de la théorie de la valeur travail, considérée comme redondante par rapport à la valeur monétaire des prix de production et du taux de profit moyen. On pourrait être tenté de répondre à Steedman que toute théorie des prix, néoclassique ou marxiste, est redondante dans ce cas puisque l'équation des prix de production se suffit à elle-même. Les marxistes se sont souvent plaints et se plaignent toujours de l'usage de la théorie linéaire de la production comme une trahison de la pensée de Marx.⁹ C'est regrettable, car ce n'est pas en rejetant l'approche linéaire de production que l'on va répondre adéquatement aux objections soulevées, mais en modifiant les hypothèses de départ. On peut résumer l'argumentation en huit points principaux.

i) Le but de Marx était de démontrer que la distribution de la plus value (sous forme de profit, intérêt et rente) dépend du taux de profit général moyen, lequel est d'abord déterminé du côté de la sphère de production, la production étant logiquement antérieure à la distribution. Par exemple, parlant du choix des techniques, Steedman (1977, p.65) remarque que la détermination du taux de profit est logiquement antérieure ("logically prior") à toute détermination de grandeur en valeur. Bien sûr, ce dernier réfère à la valeur travail, mais on peut inverser son approche et référer à la valeur monétaire, puisqu'on peut démontrer que le taux de profit moyen est une fonction des seules grandeurs physiques!

ii) Il ne peut y avoir deux taux de profit général moyen différents entre les deux espaces de valeur. C'est contre cette hypothèse que viennent s'échouer la plupart de toutes les solutions proposées pour "corriger" la solution de Marx. L'originalité de la transformation markovienne de Morishima-Catephores (1978) est de déterminer le taux de profit moyen à

⁸Parmi les nombreuses références de Steedman (1977) sur ce sujet, on peut lire celle-ci à la page 57
« ... since Marx's various labour-time magnitudes are entirely *derivative* of the physically specified real wages and production conditions, these latter physical quantities being fully adequate to the determination of the profit rate and the prices of production, it follows at once that the labour-time magnitudes are of no significance for that determination. »

partir d'un vecteur pondéré de production et de l'imposer comme pré-déterminé dans la solution des prix.

iii) La solution du problème de la transformation doit donc passer par l'interdépendance entre les deux espaces de valeur et respecter l'antériorité logique du taux de profit moyen déterminé dans l'espace des valeurs et imposé comme contrainte dans la détermination des prix et salaires monétaires.

iv) Bien que le taux de salaire soit déterminé dans l'espace de valeur travail par sa relation à un panier de subsistance, ce qui distribué comme valeur dans l'espace monétaire n'est pas un panier de subsistance, mais un salaire monétaire qui peut être utilisé pour exprimer une demande flexible. La contribution de DFL est à cet égard un pas dans la bonne direction. Cependant, le salaire monétaire peut être différent comme n'importe quel autre prix de sa valeur et il n'est pas nécessaire de maintenir l'hypothèse de la rigidité du salaire nominal ou réel entre les deux espaces, comme le supposent les autres solutions.

v) Cette dernière hypothèse sur l'autonomie relative du salaire monétaire est au coeur de notre nouvelle solution et constitue un renversement total par rapport à la position néo-ricardienne, laquelle a toujours considéré l'existence d'un panier de biens de subsistance comme faisant partie de la matrice élargie des coefficients techniques de l'équation des prix de production.

vi) Le remplacement du taux de profit moyen par le salaire comme variable endogène au même titre que le vecteur des prix de production nous permet de résoudre adéquatement le problème de la transformation. En effet, cette nouvelle solution transforme tous les coûts de production (et non seulement le capital constant) et conserve les deux contraintes macro de Marx.

vii) Puisque les deux contraintes macro sont satisfaites, on peut déduire une troisième égalité: celle des coûts totaux de production entre les deux espaces. Ce dernier résultat rejoint l'approche monétaire de Moseley (1993) et de Wolf-Callari-Roberts (1982) et réconcilie l'approche linéaire de production ou l'approche de l'équilibre général que ces critiques pensaient inutile et inadéquate pour résoudre un problème vieux de plus d'un siècle.

viii) Contrairement à ce qui est affirmé par Morishima-Catephores (1978,ch.6, p. 161), il n'est pas nécessaire d'exclure le secteur des biens de luxe ni de pondérer l'importance des industries à l'intérieur d'un secteur pour arriver à une solution adéquate.

⁹Voir en particulier Moseley (1993) et Moseley et Campbell (1997)

Le modèle linéaire de production

Soit le modèle linéaire de production suivant

$$(1) x = Ax + C$$

$$(2) x_0 = b'x$$

x est un vecteur $n \times 1$ de produits (output), A est une matrice $n \times n$ de coefficients techniques de type a_{ij} qui mesure la quantité d'intrant i (input) par unité de produit j , C est un vecteur $n \times 1$ de demande finale, b est un vecteur $n \times 1$ de coefficients techniques de main-d'oeuvre et x_0 est un scalaire qui mesure la totalité de la force de travail requise pour la production de x .¹⁰ La solution de ce système est

$$(3) x = (I - A)^{-1} C.$$

Le dual dans l'espace valeur travail social ou abstrait est

$$(4) \theta = A'\theta + b$$

où θ est un vecteur $n \times 1$ de valeurs des biens mesurées en unité de travail abstrait. Connaissant le taux d'exploitation e , on connaît le taux de salaire μ ou travail nécessaire dans une heure de travail¹¹, c'est-à-dire $\mu = (1+e)^{-1}$. D'où:

$$(5) \theta = A'\theta + \mu b + (1-\mu)b.$$

L'hypothèse généralement admise par les marxistes et les néo-ricardiens est:

$$(6) \mu = c'\theta$$

où c est un vecteur $n \times 1$ contenant les coefficients associés aux biens de consommation d'un panier de subsistance. $c'\theta$ est donc la valeur du panier de subsistance contenue dans une heure de travail abstrait.

La solution de ce dual est

$$(7) \theta = (I - A')^{-1} b.$$

La définition d'un taux de profit général moyen dans l'espace de valeur travail est le rapport de la totalité de la plus value sur l'ensemble du capital. En transposant (4) et en postmultipliant par x , on obtient les quantités globales

$$(8a) \theta'x = \theta'Ax + b'x$$

c'est-à-dire

$$(8b) \theta'x = \theta'Ax + \mu b'x + (1-\mu)b'x.$$

¹⁰Ce modèle n'a aucun capital fixe (seulement du capital circulant), aucune production liée et suppose l'absence de changement technologique.

Le taux de profit général moyen est

$$(9) \quad r = (1-\mu)b'x / (\theta'A + \mu b')x = (1-\mu)b'x / b' [(I-A)^{-1}A + \mu b]x.$$

Comme on peut le constater, ce taux de profit général moyen peut être calculé à partir des paramètres techniques A, b, du taux de salaire (déterminé par le taux d'exploitation) et du vecteur des quantités x. Il n'y a aucune nécessité de se référer aux prix de production ou aux valeurs monétaires. Steedman avait donc raison d'insister sur la détermination logiquement antérieure du taux de profit moyen à partir des grandeurs physiques et du taux de salaire, **mais cette détermination est antérieure aux valeurs monétaires et non aux valeurs-travail!** Puisque l'espace des valeurs travail doit être lié à l'espace monétaire, il n'y a donc aucune utilité à le déterminer à nouveau dans l'espace monétaire. Il doit être imposé à l'espace monétaire. S'il y a redondance entre les deux systèmes de valeur, c'est le taux de profit déterminé dans l'espace monétaire qui est superflu.

L'équation des prix de production

L'équation des prix de production avec un taux de profit moyen est

$$(10) \quad p = (1+r)(A'p + wb).$$

a) Solution de Marx

La solution de Marx repose sur les deux hypothèses suivantes:

- i) il y a conservation de la valeur, c'est-à-dire $\theta'x = p'x$. Cette hypothèse est très importante car elle fonde l'expression monétaire d'une unité de travail (une heure) supposée égale à l'unité.
- ii) le taux de profit est le même entre les deux espaces et il conditionne l'égalité entre la somme des profits et des plus values et l'égalité des coûts de production.

L'équation des prix de production de Marx est

$$(11) \quad p' = d(p'A + wb'), \quad d = (1+r)$$

A cause de l'égalité des coûts et de leur non transformation, on peut remplacer dans les coûts

$$p = \theta \text{ et } w = \mu \text{ et on a}$$

$$(12) \quad p' = d(\theta'A + \mu b').$$

En substituant (7) dans (12), on a

¹¹En effet, par définition, pour chaque heure de travail on a $e = (\text{temps non nécessaire})/(\text{temps nécessaire}) = (1-\mu)/\mu$. D'où $\mu = (1+e)^{-1}$.

(12a) $p' = db' ((I - A)^{-1} A + \mu I)$. On voit donc que les prix de production de Marx sont fonction de (r, A, b, μ) . Mais puisque r est lui-même fonction de (A, b, μ, x) , le vecteur des prix est donc fonction des mêmes paramètres.

b) Solution néo-ricardienne

L'hypothèse qui est habituellement faite par les néo-ricardiens est de supposer que le taux de salaire est égal à la valeur monétaire du panier de subsistance, c'est-à-dire $w = p'c$. La substitution de cette hypothèse dans l'équation des prix de production donne le système suivant:

$$(13) \quad p = (1+r)(A'p + bc'p) = (1+r)Mp$$

$$(14) \quad p'x = \theta'x = \text{constante.}$$

En posant $v = (1+r)^{-1}$ et avec l'hypothèse que p et M sont semi-positifs, le théorème de Frobenius garantit l'existence d'une racine propre et d'un vecteur propre associé à la valeur propre dominante v^* . Moyennant la contrainte macro supplémentaire (14) pour déterminer l'un des prix qui fixe le rapport entre l'unité monétaire et le temps de travail, le vecteur des prix est complètement déterminé. Nul besoin donc de faire le détour par la théorie de la valeur travail pour déterminer un taux de profit unique et un vecteur de prix monétaire de production. C'est le point de vue des néo-ricardiens mais ce n'est pas le point de vue de Marx et de tous ceux qui défendent l'interdépendance entre les deux systèmes de valeur. Il y a plus qu'une question technique de la meilleure représentation: il y a une différence idéologique fondamentale.

c) Solution DFL

La solution DFL est une amélioration par rapport à l'approche néo-ricardienne. On suppose que le taux de salaire est exogène par rapport au système de prix. L'astuce de DFL est de le fixer égal au taux de salaire μ déjà établi dans l'espace des valeurs et de normaliser la solution par rapport à la valeur ajoutée entre les deux espaces. La solution DFL est donc fondée sur le système suivant:

$$(10) \quad p = (1+r)(A'p + wb)$$

$$(15) \quad p'x - p'Ax = \theta'x - \theta'Ax = b'x$$

Après transposition, la dernière équation s'écrit

$$(16) \quad x'(I - A')p = x'b. \text{ }^{12}$$

Cette solution a le grand avantage de conserver l'égalité entre la somme des profits et la somme des plus values car, puisque $w = \mu$ et, étant donné (15), on a

$$(17) \quad p'x - p'Ax - wb'x = \theta'x - \theta'Ax - \mu b'x.$$

L'inconvénient de cette solution est de ne pas conserver un taux de profit moyen égal entre les deux espaces. De plus, il n'y a aucune raison particulière de préférer la définition d'une unité monétaire à partir de la valeur ajoutée plutôt qu'à partir de la valeur brute, car, dans l'espace travail abstrait, une heure de travail incorporée dans le capital constant a la même valeur qu'une heure qu'une heure de travail direct. Or si la standardisation est faite à partir de la valeur brute (14), la somme des plus values n'est plus conservée dans l'espace monétaire. Enfin, comme Moseley (1993) l'a souligné très judicieusement, il n'y a aucune raison de traiter le capital constant d'une manière différente du capital variable. Après tout, les deux font partie du coût de production, et s'il est important de conserver la même somme de valeur ajoutée entre les deux espaces, il devrait être possible de conserver la même somme de valeur pour les coûts totaux entre les deux espaces. Nous allons maintenant présenter une nouvelle solution qui tient compte de ces objections.

La nouvelle solution (Loranger)¹³

La solution DFL a déjà ouvert une brèche dans l'interprétation néo-ricardienne en supposant que w est déterminé à l'extérieur du système des prix de production. L'idée est excellente, mais il y a erreur sur le choix des variables: **c'est le taux de profit et non le taux de salaire qui est exogène au système de prix!** En effet, il n'y a aucune nécessité de conserver la valeur du panier de biens de subsistance dans l'espace monétaire, car la force de travail est une marchandise comme n'importe quelle autre marchandise, et son prix de production peut différer de sa valeur, laquelle est toujours

¹² Cette dernière équation nous permet d'explicitier l'un des prix par rapport aux (n-1) autres prix. On résout (10) par substitution puisque le système est non linéaire en éliminant d'abord (1+r) puis en substituant le prix isolé par (16). On pourrait aussi démontrer que la solution DFL est équivalente à trouver un taux de profit moyen à partir d'une racine Frobenius d'une matrice M^* différente de la matrice M des néo-ricardiens.

¹³ Cette solution a déjà été présentée à deux occasions: Conférence internationale sur Politics and Languages of Contemporary Marxism, University of Massachusetts, Amherst, 5-8 décembre 1996 et à l'International Working Group in Value Theory, congrès annuel de la Eastern Economic Association,

égale à la valeur du panier de subsistance. Les avantages de cette nouvelle approche sont multiples:

- i) Les prix diffèrent de leurs valeurs, c'est-à-dire, $p_i \neq \theta_i$, $\forall i = 1, \dots, n$ et $w \neq \mu$.
- ii) Les deux contraintes macro sont satisfaites, car l'utilisation simultanée de la contrainte de la valeur brute (14) et du taux de profit moyen $r = r'$ (où r' est le taux de profit dans l'espace monétaire) garantit la conservation de la masse des plus values et des profits entre les deux espaces.
- iii) Si les valeurs brutes et les plus values (profits) sont conservées entre les deux espaces, il s'en suit que la somme des coûts totaux est également conservée.

A) Solution formelle

L'équation des prix de production est

$$(10) p' = d(p'A + wb'), \quad d = 1 + r$$

$$(14) p'x = a, \quad a = \theta'x$$

En ré-arrangeant (10), on a

$$(10a) p'(I - dA) = dwb'$$

En post-multipliant par $(I - dA)^{-1}x$, on a

$$(10b) p'x = dwb'(I - dA)^{-1}x.$$

En substituant (14) dans (10b), on détermine w

$$(18a) dwb'(I - dA)^{-1}x = a$$

$$(18b) w = a / db'(I - dA)^{-1}x.$$

En substituant (18b) dans (10), on obtient le vecteur des prix p'

$$(19) p' = a b'(I - dA)^{-1} / b'(I - dA)^{-1}x.$$

En conséquence, dans l'espace monétaire, les prix comme les salaires peuvent être représentés par la fonction suivante:

$$(20) (p' | w) = f(r, \theta, A, b, x).$$

Cette fonction révèle bien l'interdépendance entre les deux espaces.¹⁴

B) Vérification des contraintes macro

Washington, 3-6 avril 1997. Les deux communications sont disponibles au département de Sciences économiques, Université de Montréal, (cahiers 9625 et 9703).

¹⁴Evidemment, pour Steedman, cette interdépendance est purement `spurious` ou artificielle puisque r et θ sont fonction des mêmes coefficients techniques A, b, x . Cette approche a au moins l'avantage de montrer que le taux de profit et les prix dépendent explicitement du taux d'exploitation, lequel est dissimulé derrière μ .

La vérification de la conservation de la valeur brute est évidente puisque la contrainte (14) fait partie de la solution. La vérification de la conservation de la deuxième contrainte macro, c'est-à-dire la somme des plus values égale à la somme des profits, est implicite avec la contrainte du taux de profit moyen identique aux deux espaces. Selon (17), la somme des plus values et des profits s'écrit

Espace valeur travail	Espace monétaire
(17) $\theta'x - (\theta'Ax + \mu b'x)$	$p'x - (p'Ax + wb'x)$

Le taux de profit entre les deux espaces s'écrit

$$(21a) \quad r = [\theta'x - (\theta'Ax + \mu b'x)] / (\theta'Ax + \mu b'x) \quad r' = [p'x - (p'Ax + wb'x)] / (p'Ax + wb'x)$$

$$(21b) \quad 1 + r = \theta'x / (\theta'Ax + \mu b'x) \quad 1 + r' = p'x / (p'Ax + wb'x)$$

Puisque $(1 + r) = (1 + r')$ et que $\theta'x = p'x$ par hypothèse, il s'en suit que

$$(22) \quad (\theta'Ax + \mu b'x) = (p'Ax + wb'x)$$

c'est-à-dire (coûts totaux en travail abstrait) = (coûts totaux monétaires). En substituant (22) dans (17), il s'en suit que la somme des plus values est égale à la somme des profits.

Conclusion

La solution proposée diffère de la « nouvelle » solution de Duménil-Foley-Lipietz parce qu'elle suppose le taux de profit moyen exogène à l'espace des valeurs monétaires alors que c'est le taux de salaire qui est supposé endogène comme les autres prix. La fixation du salaire au niveau de subsistance est possible dans l'espace des valeurs-travail mais non dans l'espace monétaire. Ce résultat contredit l'approche néo-ricardienne qui suppose le salaire fixé dans l'espace monétaire au niveau de subsistance et en relation avec le taux de profit moyen. La contrainte de salaire réel ou de subsistance dans la solution neo-ricardienne est remplacée par la contrainte d'un taux de profit moyen déterminé antérieurement dans l'espace des valeurs. Cette hypothèse est fondamentale, car c'est elle qui impose l'interdépendance entre les deux espaces. Cette solution est une alternative à la solution de Marx, puisqu'elle transforme tous les coûts de production et maintient les deux contraintes macro qui rendent interdépendants les deux espaces. La critique dévastatrice de Samuelson et de Steedman n'était donc pas fondée!

Appendice

Application numérique d'un modèle à deux secteurs

Pour illustrer l'application de cette nouvelle solution, on emploiera un exemple déjà utilisé dans un autre article (Loranger, 1996). Les tableaux 1 et 2 contiennent les informations de base d'un modèle à deux secteurs, où l'unité de mesure est une heure de travail social ou abstrait.

Tableau 1

secteur	capital constant c	capital variable v	plus value pl	total
I	3 240	2160	1 080	6 480
II	2 760	1380	2 070	6 210
Total	6 000	3540	3 150	12 690

Dans cet exemple, on suppose une période de rotation unitaire pour tout type de capital, un taux de change de un dollar pour une heure de travail, le secteur I produit 4000 unités de biens de consommation, le secteur II 2000 unités de biens de production.¹⁵ On supposera également que les biens du secteurs II entrent dans la production des biens des deux secteurs tandis que les biens du secteur I entre dans la production du secteur I seulement dans une proportion de 1/5. Quant aux autres informations pertinentes, elles sont contenues dans le tableau 2. On notera que l'exemple numérique choisi suppose un taux d'exploitation différent dans chaque secteur, ce qui conduit à avoir un taux de salaire différent pour chaque secteur dans l'espace valeur travail.¹⁶

Tableau 2

secteur	quantité	valeur unitaire	taux d'exploitation	compositio n organique	taux de profit	taux de salaire
	x	θ	e	γ	r	μ
I	4000	1.62	0.5	1.5	0.20	0.667
II	2000	3.105	1.5	2.0	0.50	0.40

La valeur des coefficients techniques de la matrice A', du vecteur de la force de travail b,¹⁷ du vecteur x est

$$A = \begin{matrix} 0.20 & 0.0 & 0.81 & 4000 \\ A = & & b = & x = \end{matrix}$$

¹⁵ Mes excuses ici aux puristes qui préfèrent désigner le secteur I pour les biens de production et le secteur II pour les biens de consommation.

¹⁶ Certains critiques m'ont reproché cette déviation de l'hypothèse d'un taux d'exploitation unique de la force de travail. Je veux simplement indiquer ici que cette hypothèse n'est pas essentielle au problème de la transformation et on peut avoir des taux de salaires différenciés dans l'espace de valeur travail et avoir un taux de salaire unique dans l'espace monétaire.

¹⁷ Le calcul des coefficients a_{21} et a_{22} est le suivant: $a_{21} = [3240 - .20(1.62)4000]/(3.105)4000 = 0.1565$
 $a_{22} = 2760/(3.105)2000 = .4444$. Le calcul des coefficients b_1 et b_2 est le suivant: $b_1 = 3240/4000 = 0.81$

$b_2 = 3450/2000 = 1.725$. Je remercie le lecteur anonyme qui m'a signalé une erreur pour le calcul du coefficient a_{22} dans une première version.

0.1565 0.4444 1.725 2000

Egalement du tableau 1 on obtient

$$d = 1 + r = 1.3302^{18} \quad a = 12690$$

A) Solution de Marx

Selon l'équation (12), la solution de Marx est

$$p' = d(\theta'A + \mu b')$$

$$p' = 1.3302 [\begin{array}{cc|c} 1.62 & 3.105 & 0.2 \\ \hline & & 0.0 \end{array} + (\begin{array}{cc|c} 0.6667(0.81) & & 0.4(1.725) \\ \hline & 0.1565 & 0.4444 \end{array})]$$

$$p' = 1.3302 (\begin{array}{cc|c} 1.3499 & 2.0698 & \\ \hline & & 1.7957 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ 2.7533 \end{array})$$

B) Solution de DFL

Nous avons solutionné le système non linéaire suivant:

$$p_1 = (1+r)(0.2p_1 + 0.1565p_2 + 0.54)$$

$$p_2 = (1+r)(0.4444p_2 + 0.69)$$

$$p_1 = 2.0906 - 0.1516p_2$$

Cette dernière contrainte vient de l'égalité des valeurs ajoutées (15) entre les deux espaces.

$$\text{La solution est } (p_1 \quad p_2 \quad r) = (1.7258 \quad 2.4063 \quad 0.3677)$$

c) Solution Loranger

Pour calculer les valeurs de w et $p' = (p_1 \quad p_2)$ des équation (18b) et (19), il nous faut calculer les matrices suivantes

$$(I - dA)^{-1} = \begin{array}{cc|c} 1.362472 & 0.0 & \\ \hline & & \\ \hline .693721 & 2.445852 & \end{array}$$

$$b'(I - dA)^{-1} = \begin{array}{cc} 2.3003 & 4.21906 \end{array}$$

$$b'(I - dA)^{-1}x = 17640$$

La solution numérique est

$$w = a / db'(I - dA)^{-1}x = 12690 / 1.3302 (17640) = 0.5408$$

¹⁸ Le calcul de r est le suivant: $r = 3150 / 9540 = 0.330189$.

$$p' = a b' (I - dA)^{-1} / b' (I - dA)^{-1} x = 12690 (2.3003 \quad 4.21906) / 17640 = (1.6548 \quad 3.0351)$$

L'égalité des plus values et des profits est

$$b'x - \mu_1 b_1 x_1 - \mu_2 b_2 x_2 = r(p'A + wb')x$$

La valeur dans l'espace travail est

$$b'x - \mu_1 b_1 x_1 - \mu_2 b_2 x_2 = 6690 - (2160 + 1380) = 3150.$$

La valeur dans l'espace monétaire est

$$p'A = (0.8060 \quad 1.3488)$$

$$wb' = (0.43805 \quad 0.93288)$$

$$(p'A + wb') = (1.2440 \quad 2.2817)$$

$$r(p'A + wb')x = 3150.$$

L'égalité des coûts totaux est

$$(\theta'Ax + \mu b'x) = (p'Ax + wb'x).$$

La valeur des coûts dans l'espace travail abstrait est

$$(\theta'Ax + \mu b'x) = (6000 + 3540) = 9540.$$

La valeur des coûts dans l'espace monétaire est

$$(p'Ax + wb'x) = (p'A + wb')x = (1.2440 \quad 2.2817) (4000 \quad 2000)' = 9540.$$

Bibliographie

- Beaud M. and Dostaler G. 1993. La pensée économique depuis Keynes, Paris, Seuil.
- Bohm-Bawerk E. von 1884-89. Histoire critique des théories de l'intérêt du Capital, traduction par J. Bernard, Paris, Giard et Brière, 1902, 2 tomes.
- Bohm-Bawerk E. von 1896. « Zum Abschluss des Marxschen Systems » dans O. v Boenigk, (edt), Festgaben für Karl Knies zur funfundsiebzigsten Wiederkehr seines Geburtstages, Berlin, Haering.
- Bortkiewicz L. von 1907. « Essai de rectification de la construction théorique fondamentale de Marx dans le troisième livre du Capital », Cahiers de l'ISEA 76 (jan.1959), p. 20-36.
- Dostaler G. 1978. Valeur et prix. Histoire d'un débat, Grenoble, Montreal, Presses de l'Université de Grenoble-Presses de l'Université du Québec.
- Dostaler G. and Lagueux M. 1985. Un échiquier centenaire, Paris-Sainte-Foy, La Découverte-Presses de l'Université du Québec.
- Duménil G. 1980. De la valeur aux prix de production, Paris, Economica.
- Duménil G. 1983. " Beyond the transformation riddle : a labour theory of value ", Science and Society, vol. 47, no 4, p. 427-450.

Eatwell J., Milgate M. and Newman P. (dir), 1987-1990. The New Palgrave. Marxian Economics, London, Norton.

Freeman A. 1995. « Marx without equilibrium », Capital and Class, 56, été 1995, p. 49-90.

Freeman A., Carchedi G. (eds) 1995. Marx and non equilibrium economics, Londres, Elgar

Foley D. 1982. " The value of money, the value of labour power and the marxian transformation problem ", Review of Radical Political Economics, vol. 14, no 2, p. 27-47.

Foley D. 1986. Understanding Capital. Marx's Economic Theory, Cambridge Mass., Harvard University Press.

Gill L. 1996. Fondements et limites du capitalisme, Montreal, Boréal.

Gleicher D. 1989. " Labour specialization and the transformation problem ", Review of Radical Political Economics, vol.21, no 1-2, p. 75-96.

Laibman D. 1973. " Value and prices of production : the political economy of the transformation problem ", Science and Society, vol. 4, p. 404-436.

Lipietz A. 1982. " The so-called transformation problem revisited ", Journal of Economic Theory, vol. 6, no 1, p. 59-88.

Lipietz A. 1983. Le monde enchanté : de la valeur à l'envol inflationniste, Paris, La Découverte/Maspéro.

Loranger J.G. 1996. « The transformation problem : an alternative solution with an identical aggregate profit rate in the labor value space and the monetary space », cahier 9625, Département de sciences économiques, Université de Montréal.

Loranger J.G. 1997. « The wage rate and the profit rate in the price of production equation : a new solution to an old problem », cahier 9703, Département de sciences économiques, Université de Montréal.

Loranger J.G. 1997. « L'importance du taux de profit dans la solution du problème de la transformation : une nouvelle approche d'équilibre général », cahier du GRETSE, no 18, Département de science politique, Université de Montréal.

Mandel E. and Freeman A. (dir), 1984. Ricardo, Marx, Sraffa, London, Verso.

Marx K. 1864-67. Capital, Vol.I-III, Editions sociales Paris, 1969.

Moseley F. (ed) 1993. Marx's Method in Capital, New-Jersey, Humanities Press.

Moseley F., Campbell M. (eds) 1997. New Investigation in Marx's Method, New Jersey, Humanities Press.

Naples M. 1989. « A radical economic revision of the transformation problem », Review of Radical Political Economics, vol. 21, no 1-2, p. 137-158.

Morishima M., Seton F. 1961. « Aggregation in Leontief matrices and the labour theory of value », Econometrica, vol. 29, no 2. p. 203-220.

Morishima M. 1973. Marx's Economics, Cambridge, Cambridge University Press.

Morishima M., Catephores G. 1978. Value, Exploitation and Growth, Londres, McGraw-Hill.

Okishio N. 1963. « A Mathematical Note on Marxian Theorems », Weltwirtschaftliches Archiv

Okishio N. 1972. « On Marx's Production Prices », Keizaigaku Kenkyu, vol. 19, pp. 38-63.

Robinson J. 1942. An Essay on Marxian Economics, London, Macmillan.

Robinson J. 1950. " The labour theory of value ", Economic Journal, réimprimé dans Collected Economic Papers, Cambridge, Mass., MIT Press, vol. 1, p. 146-151.

- Samuelson P. A. 1957. " Wages and interest : a modern dissection of marxian economic models ", American Economic Review, vol.47, no 6, p. 884-912.
- Samuelson P.A. 1971. " Understanding the marxian notion of exploitation : a summary of the so-called transformation problem between marxian values and the competitive prices ", Journal of Economic Literature, vol. 9, no 2, p. 399-431.
- Seton F. 1957. " the transformation problem " Review of Economic Studies, vol. 24, p. 149-160.
- Shaikh A. 1977. « Marx's theory of value and the transformation problem », in The Subtle Anatomy of Capitalism, J. Schwartz, ed., p. 106-139.
- Shaikh A. 1982. " Neo-ricardian economics : a wealth of algebra, a poverty of theory ", Review of Radical Political Economics, vol. 14, no 2, p. 67-83.
- Sraffa P. 1960. Production of Commodities by Means of Commodities, Cambridge, Cambridge University Press.
- Steedman I. 1977. Marx After Sraffa, Londres, New Left Books.
- Steedman I. (dir)1981. The Value Controversy, London, Verso and New Left Books.
- Sweezy P. M. (dir) 1949. Karl Marx and the Close of His System by Eugen Bohm-Bawerk and Bohm-Bawerk's Criticism of Marx by Rudolf Hilferding, Clifton, A.M. Kelly.
- Wolff R., Roberts B. et Callari A. 1982. « Marx's (not Ricardo) « transformation problem » : a radical conceptualization », History of Political Economy, 14, no 4, p.564-582.